

Entropía en Redes Complejas Espaciales

Massimiliano Zanin

Universidad Autónoma de Madrid
28049 Cantoblanco, Madrid, Spain

E-MAIL: massimiliano.zanin@hotmail.com

COLABORADORES: Javier M. Buldú (Universidad Rey Juan Carlos)

Durante los últimos años se ha producido un gran avance en la comprensión de la estructura y dinámica de las redes complejas. Sin duda, uno de los principales catalizadores fue el trabajo publicado en el año 1998 por Watts y Strogatz [?] donde se definen las características principales de lo que se conoce como “redes de pequeño mundo” (small-world networks). Un año más tarde, Barabasi y Albert publican los primeros resultados sobre lo que se denominan “redes de escala libre” (scale-free networks) [?]. Desde entonces, el número de publicaciones referentes al estudio de las redes complejas ha crecido de manera espectacular año tras año. Desde el punto de vista de la estructura de una red, entendida como nodos (o vértices) conectados por enlaces (o aristas), es posible calcular una serie de parámetros que proporcionan información sobre el tipo de red con la que nos encontramos. El camino medio entre nodos, la distribución de grado (siendo el grado de un nodo su número de enlaces) o la centralidad de un nodo (relacionada con el número de caminos más cortos entre dos nodos cualesquiera que pasan por un tercer nodo) pueden dar información, por ejemplo, sobre como se ha formado la red o cual es su respuesta frente a pérdidas de nodos o enlaces. En el presente trabajo nos centraremos en el estudio de redes complejas espaciales, es decir, redes cuyos nodos se encuentran distribuidos sobre un espacio Euclídeo. El objetivo principal es definir el concepto de entropía asociado a una red espacial, es decir, un parámetro que permita estimar el grado de desorden de la red. Dicho parámetro debe permitir el comparar redes de distinto tamaño y número de enlaces, debiéndose obtener por lo tanto un valor normalizado. Finalmente, la entropía de la red nos permitirá elegir la estrategia óptima para navegar dentro de ella, algo que es de vital importancia, por ejemplo, en redes de recomendación.

Supongamos que nos hayamos situados en uno de los nodos de la red y deseamos desplazarnos a otro nodo al que no estamos conectados directamente (“nodo objetivo”). Si queremos avanzar recorriendo la mínima distancia, lo más lógico es desplazarnos al nodo adyacente que se encuentre más cerca del nodo objetivo. Esta estrategia, que es sin duda la mejor en el caso de una red regular, no lo es en una red donde las conexiones están distribuidas de manera compleja. Sin embargo, es posible definir una Entropía del Mínimo Camino (“shortest-path entropy”) E_{sp} como la información necesaria para recorrer la mínima distancia al desplazarse entre dos nodos cualesquiera de la red:

$$E_{sp} = - \frac{\sum_{c=1}^{n-1} \ln_2 \frac{1}{\#c}}{n-1} \quad (1)$$

donde n es el número de nodos recorridos en el camino y $\#c$ es orden más lógico del enlace de salida (1 si va al nodo más cercano al objetivo, 2 si va al segundo más cercano, etc ...). La entropía de la red nos permitirá, de esta

manera, obtener el grado de desorden de la red espacial. En el presente trabajo calculamos la entropía de varias redes de aeropuertos europeos, mostrando las diferencias en el grado de desorden de dichas redes espaciales. Finalmente, demostramos que el concepto de entropía es también aplicable a redes donde los nodos tienen una característica propia que se pueda cuantificar (“fitness”).

Bibliografía

- [1] D. J. Watts and S.H. Strogatz, *Collective dynamics of small-world networks*, Nature **393**, 440 (1998).
- [2] A.-L. Barabási and R. Albert, *Emergence of scaling in random networks*, Science **286**, 509 (1999).

Justificación de interdisciplinariedad: El estudio de las redes complejas es probablemente uno de los campos donde más interacción ha habido entre distintas áreas del conocimiento. Cabe destacar la similitud en la estructura y dinámica de redes de diferente origen ya sean obtenidas de la interacción entre especies en una cadena trófica, redes de distribución eléctrica, redes de ordenadores o incluso redes sociales.